Comment notre cerveau calcule-t-il ?

STANISLAS DEHAENE

L'observation de notre cerveau en activité révèle quelles régions cérébrales sont spécialisées dans le traitement arithmétique (comparaison, soustraction et multiplication) et comment leurs actions sont coordonnées.

En 1945, le mathématicien Jacques Hadamard publie un essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique. Il y résume sa longue enquête sur la représentation mentale des objets mathématiques, glanant des indices dans les biographies de ses prédécesseurs, dans les témoignages de ses contemporains les plus prestigieux et dans son expérience personnelle. Il en déduit d'intéressantes hypothèses sur les conditions psychologiques de la découverte mathématique.

Pourtant, son brillant mémoire s'achève sur une interrogation. Mentionnant les théories de Franz Joseph Gall, qui postulait un organe cérébral dédié au «sens des rapports des nombres», il conclut : «Des idées plus ou moins analogues à celles de Gall vaudraient la peine d'être suivies. Mais comment?... Arrivera-t-il jamais que des mathématiciens en sachent assez au sujet de la physiologie du cerveau et que des neurophysiologistes soient suffisamment au courant de la découverte mathématique pour qu'une coopération efficace soit possible ?»

Le vœu d'Hadamard est en voie d'être exaucé : nous étudions aujourd'hui scientifiquement les bases cérébrales des mathématiques élémentaires. Avec des méthodes issues de la psychologie cognitive, de la neuropsychologie et de l'imagerie cérébrale, nous découvrons les zones cérébrales actives lors des opérations arithmétiques. Mes propres recherches se sont concentrées sur les plus simples, mais aussi les plus fondamentaux des objets mathématiques : les nombres entiers.

L'analyse du temps que nous mettons à comparer deux nombres indique que notre cerveau examine les mots ou les chiffres arabes, expressions symboliques, selon une représentation interne des quantités numériques analogue à une ligne le long de laquelle les nombres se succéderaient dans l'ordre croissant. Cette représentation et la manipulation des nombres utilisent de façon prépondérante une aire cérébrale, la région pariétale inférieure. Toutefois, selon l'opération arithmétique que nous effectuons, comparaison, soustraction ou multiplication, cette région s'active dans l'un ou l'autre hémisphère et coordonne son activité avec plusieurs autres aires spécialisées et réparties dans le cerveau, notamment celles qui contrôlent la production du langage.

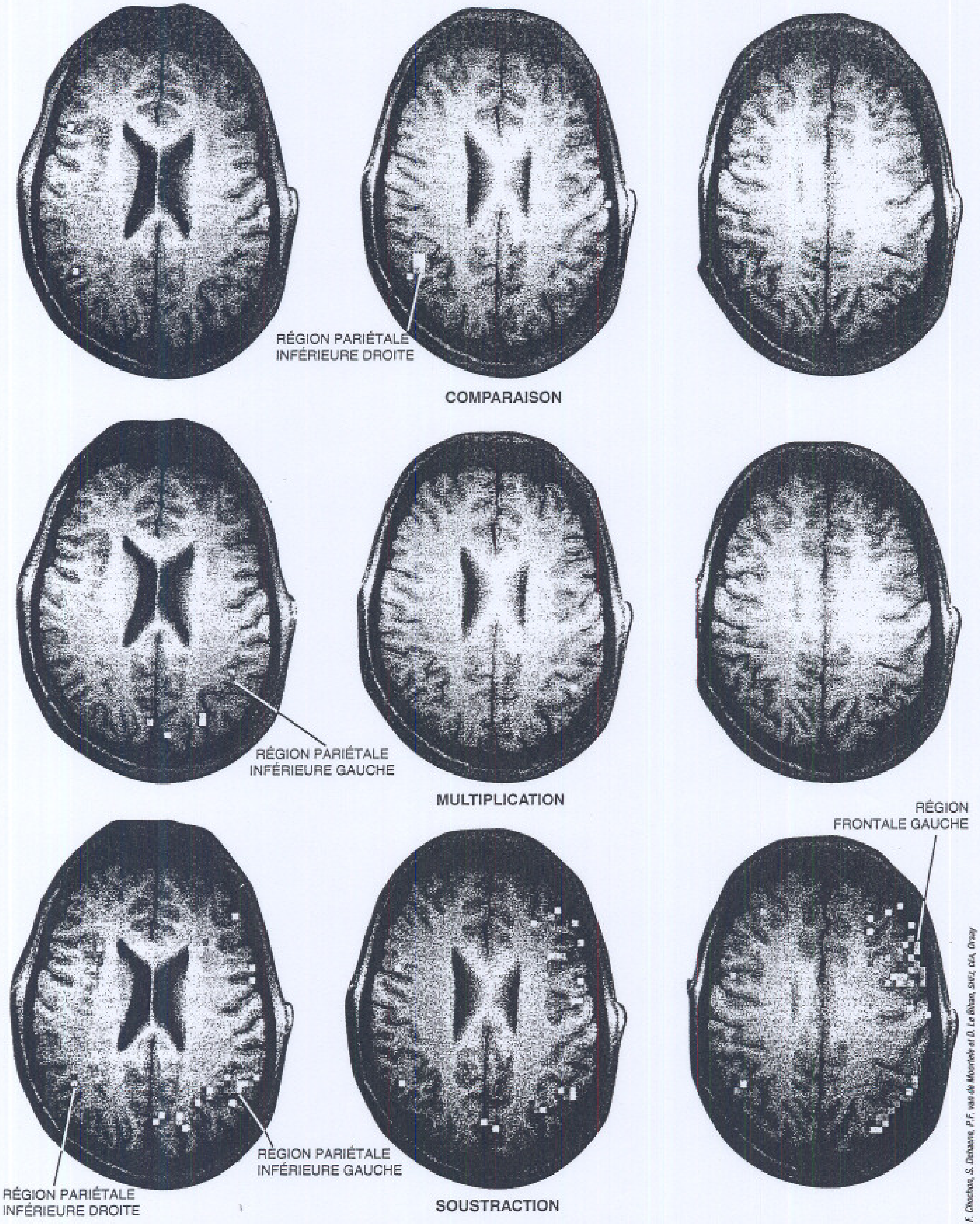
Comparons deux nombres

Supposons que vous ayez quelques francs en poche et que vous envisagiez d'acheter différents articles. Combien de temps vous faudra-t-il pour juger si leur prix dépasse ou non vos faibles moyens? En 1967, Robert Moyer et Thomas Landauer, de l'Université Stanford, ont remarqué que le temps de comparaison de deux nombres est d'autant plus long que ceux-ci sont proches : nous comparons plus rapidement 8 avec 2 que 5 avec 6.

Avec Emmanuel Dupoux et Jacques Mehler, du Laboratoire de sciences cognitives et psycholinguistiques de l'EHESS et du CNRS, nous avons observé le même «effet de distance» pour la comparaison de nombres à deux chiffres. Dans l'une de nos expériences, nous avons étudié la comparaison à une référence fixe de 65. L'affichage d'un nombre de deux chiffres sur un écran d'ordinateur déclenchait un chronomètre qui s'arrêtait dès que la personne testée répondait «plus grand» ou «plus petit» en appuyant sur un bouton. Les résultats sont d'une grande régularité. À mesure que le nombre comparé se rapproche de 65, le temps de réponse augmente *(voir la figure 2)* ; les erreurs suivent une courbe semblable.

Lorsque l'on reconstruit cette courbe par un modèle mathématique, on découvre que le temps de réponse est une fonction du logarithme de la distance entre les nombres. De façon remarquable, une loi logarithmique similaire rend compte du temps nécessaire à un sujet humain pour comparer deux grandeurs physiques, tels le poids ou la longueur de deux objets... ou du temps nécessaire à une balance de Roberval pour basculer, d'autant plus long que les valeurs des poids placés sur ses plateaux sont voisines. Ainsi les nombres, objets symboliques abstraits, semblent traités par le cerveau humain comme des quantités physiques concrètes et continues. Même présentés sous forme d'une série de chiffres arabes, ils seraient convertis mentalement en une quantité interne continue, puis «pondérés» mentalement.

Dans le cas des nombres à deux chiffres, les résultats de l'expérience de



F. Chochon, S. Dehaene, P.F. van de Moortele et D. Le Bihan, SHFJ, CEA, Orsay

1. LES RÉGIONS CÉRÉBRALES activées dépendent de l'opération arithmétique effectuée. Pendant qu'une personne voit s'afficher sur un écran des chiffres qu'elle compare avec 5 *(en haut)*, multiplie par 3 *(au milieu)*, ou soustrait de 11 *(en bas)*, on cartographie, par résonance magnétique, l'oxygénation accrue des régions actives. Lors de la comparaison des chiffres, une petite région pariétale inférieure droite entre en activité. La multiplication n'active en revanche que la région pariétale inférieure gauche. La soustraction active simultanément ces deux régions, avec une étendue et une intensité plus prononcées. Une importante activation de la région frontale gauche, peut-être liée à l'utilisation de la mémoire de travail, est aussi visible. Suivant la convention neurologique, l'hémisphère droit apparaît sur la gauche des coupes, comme si l'on se plaçait face à la personne allongée sur le dos.

comparaison sont particulièrement étonnants. Dans un ordinateur, l'algorithme le plus rapide pour comparer des nombres est l'examen successif des chiffres, de la gauche vers la droite. Ainsi peut-on déterminer que 58 est plus petit que 65 en ne comparant que les chiffres des dizaines, 5 et 6. Les unités ne sont prises en compte que si les chiffres des dizaines sont identiques. Notre cerveau ne suit pas la même procédure : tout d'abord, la courbe des temps de comparaison avec 65 ne présente pas de discontinuité particulière pour les nombres qui commencent par 6 ; ensuite, le temps de comparaison dépend du chiffre des unités même lorsqu'il est superflu. Par exemple, les temps de réponse croissent continûment entre 51 et 59, alors même que le chiffre des dizaines suffirait à savoir que ces nombres sont inférieurs à 65.

Notre algorithme mental de comparaison ne décompose donc pas les nombres. Le cerveau humain convertit les petits nombres familiers, de un ou deux chiffres, en représentations internes sur une échelle continue des quantités, puis il compare ces quantités indépendamment des symboles qui les ont véhiculées. La continuité analogique ne disparaît que pour la comparaison de nombres de plus de quatre chiffres : les sujets les comparent chiffre par chiffre, de gauche à droite, mais toujours d'autant plus vite qu'ils sont différents.

D'autres expériences ont précisé les propriétés de ce «sens des quantités». L'effet de distance est quasi identique, que les nombres soient présentés en notation arabe (2), en toutes lettres (deux) ou même sous forme d'un nuage de points : ces notations conduisent, par des voies différentes, à la même représentation abstraite des quantités. L'effet est aussi observé dans des tâches où nous n'avons pas conscience d'effectuer un traitement sémantique des nombres. Lorsque nous décidons si deux chiffres sont identiques ou différents, ce qui paraît ne demander qu'une analyse visuelle superficielle, nous sommes plus lents lorsque les chiffres sont numériquement proches : il nous faut plus de temps pour décider que 1 est différent de 2, que pour décider que 1 est différent de 9. Même dans cette situation, nous transformons les nombres en quantités internes.

De même, lorsque nous vérifions une addition, nous sommes d'autant plus rapides à répondre «faux» que le résultat proposé est loin de la vérité. En outre, nous comparons plus rapidement le même chiffre 4 avec 5 après une présentation subliminale du mot «trois» qu'après celle des mots «un» ou «neuf» : la présentation d'un nombre, si brièvement que nous n'avons pas conscience de le voir, réduit le temps de traitement de nombres voisins.

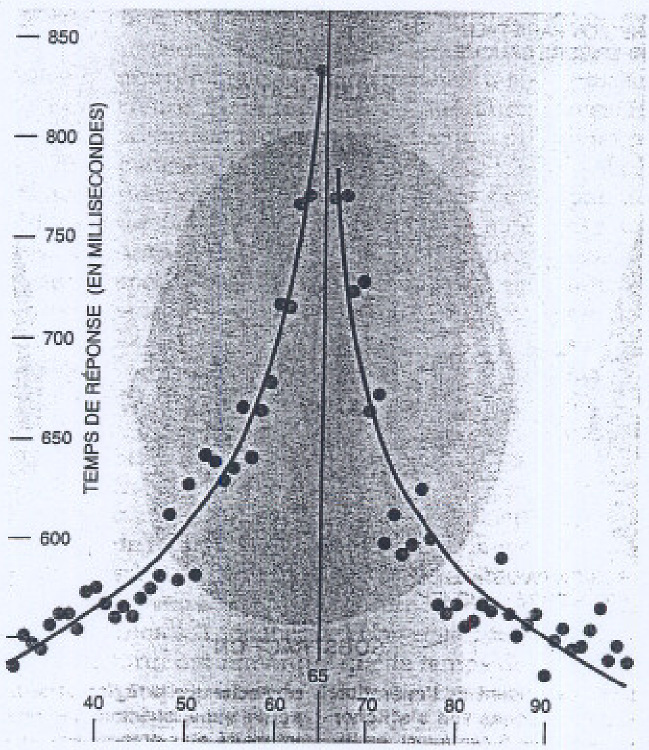
L'effet de distance fait donc partie intégrante de la compréhension des nombres. Dès que nous percevons un symbole numérique, chiffre ou mot, parlé ou écrit, nous accédons rapidement et automatiquement à la quantité correspondante sur une sorte de «ligne» organisée par proximité numérique *(voir la figure 3)*.

Où cette «ligne numérique» est-elle codée dans le cerveau? Quelles régions cérébrales reconnaissent-elles la forme des chiffres arabes, et quelles autres interviennent-elles pour en représenter la quantité? Dans un premier temps, l'examen de patients atteints de lésions cérébrales a précisé les contributions respectives des hémisphères droit et gauche à l'activité arithmétique.

La spécialisation des hémisphères

Tout ce qui apparaît dans la moitié droite du champ visuel se projette dans l'aire visuelle primaire de l'hémisphère gauche, et *vice versa*. Lorsque nous fixons un point et qu'un chiffre apparaît à gauche de ce point pendant moins de deux dixièmes de seconde, durée insuffisante pour que le regard soit réorienté, le chiffre n'est «vu» que par le cortex visuel de l'hémisphère droit. Chez un sujet normal, l'information passe rapidement à l'autre hémisphère via un épais faisceau de fibres, le corps calleux. Chez certains patients, ce faisceau est sectionné lors d'une intervention chirurgicale visant à traiter une épilepsie rebelle : les deux hémisphères cérébraux sont intacts, mais dans l'impossibilité de communiquer. Le chiffre reste donc confiné à un seul hémisphère, et l'on mesure comment cet hémisphère seul effectue différents calculs.

Michael Gazzaniga et ses collègues de l'Université de Dartmouth ont ainsi découvert que chacun des deux hémisphères détermine si deux chiffres arabes sont identiques ou différents. La forme des chiffres est donc codée et reconnue indépendamment dans l'hémisphère gauche et dans l'hémisphère droit. La capacité d'identification du cardinal d'un ensemble et de la signification d'un chiffre arabe est aussi partagée : les deux hémisphères reconnaissent, dans une certaine mesure, si un chiffre arabe correspond ou non à un ensemble de points (tels 3 et ...). Mieux encore, chaque hémisphère sait comparer deux chiffres, et des nombres à deux chiffres. Enfin, avec Laurent Cohen, de l'Hôpital de la Salpêtrière, nous avons montré que chaque hémisphère présente un effet de distance quasi normal, même si ce dernier est un peu plus prononcé dans l'hémisphère droit que dans l'hémisphère gauche. Chaque



2. NOUS COMPARONS DEUX NOMBRES plus vite quand leur différence est plus grande. Le temps moyen de comparaison d'un nombre avec 65 est fonction du logarithme de sa différence avec ce nombre.

hémisphère possède donc les procédures nécessaires à la fois pour interpréter un nombre écrit en chiffres arabes comme une quantité, et pour comparer deux quantités.

En revanche, le cerveau est nettement asymétrique dans le domaine du langage et du calcul. L'hémisphère gauche, isolément, possède apparemment toutes les capacités arithmétiques d'un sujet normal, mais l'hémisphère droit ne sait ni lire à haute voix, ni calculer. Un patient sans corps calleux, qui voit un chiffre 4 sur la gauche de son champ visuel, et le traite avec son seul hémisphère droit, sait bien que ce chiffre est plus petit que 5. Pourtant, il peut le lire «neuf» et il est totalement incapable de le multiplier par 3 ou de lui ajouter 8 *(voir la figure 4)*.

Depuis les travaux fondateurs de Paul Broca, au XIX^e^ siècle, on sait que, chez la très grande majorité des gens, les processus de production du langage parlé sont uniquement présents dans l'hémisphère gauche. La section du corps calleux empêche les aires du langage de l'hémisphère gauche de recevoir de l'hémisphère droit les informations sur l'identité du chiffre à nommer. Le patient prononce alors un mot au hasard. De même, seul l'hémisphère gauche semble avoir accès aux tables d'addition et de multiplication, enregistrées sous forme de mots lorsque nous les apprenons en les récitant par cœur.

La plupart de ces résultats sont obtenus avec des patients au corps calleux sectionné chirurgicalement, qui étaient épileptiques depuis l'enfance. L'organisation cérébrale de ces patients est-elle identique à celle d'une personne ordinaire? Nous avons étudié le cas d'une femme de 30 ans, parfaitement normale sur le plan neurologique avant qu'un soudain accident vasculaire cérébral ne détruise la partie postérieure de son corps calleux. Nous observions bien les capacités quasi normales de chacun de ses hémisphères, sans qu'ils aient disposé de beaucoup de temps pour se réorganiser. Or, comme chez les patients précédents, son hémisphère gauche identifiait, comparait, prononçait, additionnait et multipliait les chiffres, tandis que son hémisphère droit ne pouvait que les identifier et les comparer.

Une autre source de données provient de patients atteints de lésions étendues de l'hémisphère gauche. Les capacités numériques de ces patients sont à peu près celles de leur hémisphère droit seul. Jordan Grafman, de l'Institut américain de la santé de Bethesda, a étudié un ancien combattant du Viêt Nam dont la quasi-totalité de l'hémisphère gauche avait été arrachée par une rafale de mitrailleuse. Ce patient lisait et écrivait très difficilement, mais il pouvait identifier et comparer des nombres de un ou deux chiffres. Il comprenait donc toujours quelles quantités étaient associées aux chiffres. Ses capacités de calcul s'arrêtaient aux additions et aux soustractions les plus élémentaires telles que 2 + 2.

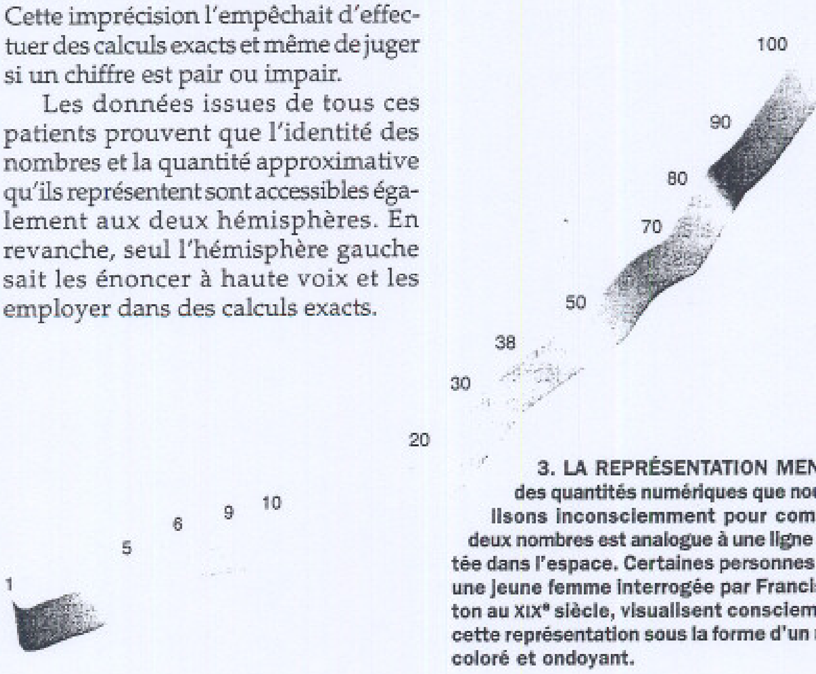
Lésions sélectives

Nous avons décrit le cas d'un patient encore plus spectaculaire, N., atteint d'une vaste lésion de la partie postérieure de l'hémisphère gauche. N. était très handicapé lorsqu'il devait lire, écrire ou calculer, énonçant sans sourciller que 2 + 2 fait 3! Pourtant, il conservait un sens quantitatif des nombres : il savait toujours comparer deux nombres (même s'il était incapable de les lire à haute voix), avec un effet de distance normal ; il pouvait aussi faire des additions approximatives et savait donc que 2 + 2 n'est pas égal à 9. N. paraissait ne se représenter les quantités numériques que de façon approximative. Il ne savait plus donner que des réponses approchées aux questions les plus diverses. Combien de jours dans l'année? 350, répondait-il. Combien d'œufs dans une douzaine? 8 ou 10. Cette imprécision l'empêchait d'effectuer des calculs exacts et même de juger si un chiffre est pair ou impair.

Les données issues de tous ces patients prouvent que l'identité des nombres et la quantité approximative qu'ils représentent sont accessibles également aux deux hémisphères. En revanche, seul l'hémisphère gauche sait les énoncer à haute voix et les employer dans des calculs exacts.

Quels réseaux d'aires cérébrales, dans chaque hémisphère, sont-ils responsables de la reconnaissance des chiffres, de leur lecture et de leur compréhension? Nous en avons identifié quelques-uns. La forme visuelle des chiffres arabes, par exemple, est analysée par les circuits de la voie occipito-temporale ventrale des deux hémisphères : un patient atteint d'une lésion de ces régions lit difficilement les chiffres, mais il peut les écrire ou les répéter. La compréhension et la production des mots parlés fait intervenir les régions périsylviennes de l'hémisphère gauche, et de nombreux patients atteints de lésions de ces régions souffrent de difficultés à énoncer ou à comprendre les noms de nombres qu'ils entendent.

Quant au sens quantitatif des nombres, il fait intervenir les régions pariétales inférieures des deux hémisphères. Les travaux du neurologue allemand S.E. Henschen en 1919 et 1920, puis ceux de J. Gerstmann en 1940, enfin ceux d'Henri Hécaen à l'Hôpital de la Salpêtrière dans les années 1950 ont établi que des patients présentant des lésions de la région pariétale gauche ne savent plus calculer, alors qu'ils peuvent toujours nommer et écrire les nombres. Selon ces observations, la région pariétale inférieure n'intervient pas directement dans l'identification et la production des nombres, mais plutôt dans la manipulation interne des quantités numériques suivant les règles de l'arithmétique.



3. LA REPRÉSENTATION MENTALE des quantités numériques que nous utilisons inconsciemment pour comparer deux nombres est analogue à une ligne orientée dans l'espace. Certaines personnes, telle une jeune femme interrogée par Francis Galton au XIX^e^ siècle, visualisent consciemment cette représentation sous la forme d'un ruban coloré et ondoyant.

Nous avons récemment repris et approfondi ces observations. Nos résultats confirment qu'une lésion de la région pariétale entraîne une perte profonde du sens quantitatif des nombres. L'un des patients les plus étonnants que nous ayons observés, M., homme de 68 ans atteint d'une petite lésion de la région pariétale inférieure, n'éprouvait aucune difficulté de langage. Il lisait les nombres à haute voix et les écrivait sous la dictée. Pourtant, il ne comprenait plus le sens de ces nombres. Ainsi faisait-il parfois de grossières erreurs de comparaison de nombres, affirmant par exemple que 5 est plus grand que 6. Les soustractions lui posaient aussi d'énormes difficultés. Il ne parvint jamais à déterminer le résultat de 3 – 1 : il affirmait ne plus comprendre ce que cette opération voulait dire, et il proposa successivement pour résultat 7, 5 et 3. Il lui était également impossible de bissecter deux nombres (déterminer le nombre qui est à égale distance de chacun). Lorsque nous lui demandâmes quel nombre est entre 2 et 4, il proposa 7!

La lésion de M. était située dans son hémisphère droit, mais nous pensons que l'organisation cérébrale de ce patient gaucher était symétrique de celle d'une personne normale. Margaret Hittmair-Delazer et Brian Butterworth ont aussi observé un patient similaire, qui comparait les nombres avec de grandes difficultés, et pour lequel l'effet de distance était inversé : il mettait d'autant moins de temps que les nombres étaient proches et semblait compter même pour comparer deux nombres. Son sens des quantités était donc profondément bouleversé.

Le déficit de M. était remarquablement limité aux nombres abstraits : il trouvait sans se tromper l'intermédiaire entre deux lettres, deux notes, deux mois ou deux jours de la semaine, et il manipulait sans difficulté les dates ou les heures, déterminant quelle heure est entre 14 et 16 heures, et convertissant même «2 heures de l'après-midi» en «14 heures», ou «20 heures» en «8 heures du soir». Les opérations arithmétiques abstraites équivalentes 2 + 12 et 20 – 12, en revanche, lui étaient impossibles. Seul le sens quantitatif des nombres, qui traite les quantités abstraites, semblait lui manquer.

Une autre dissociation intéressante fut observée entre les opérations arithmétiques. M. souffrait d'énormes difficultés en bissection et en soustraction (respectivement 77 et 75 pour cent d'erreurs), mais il lui était relativement plus facile d'additionner (32 pour cent d'erreurs) ou de multiplier les mêmes chiffres (25 pour cent d'erreurs). Il lui arrivait toutefois d'énoncer le résultat d'une multiplication à haute voix sans paraître comprendre le sens de l'énoncé. Cette observation confirme l'hypothèse que les tables d'addition et de multiplication, qui sont récitées par cœur à l'école élémentaire, s'impriment dans des circuits cérébraux liés à ceux du langage et partiellement indépendants de la représentation quantitative des nombres localisée dans la région pariétale. Cette dernière est en revanche nécessaire pour la soustraction, qui n'est pas apprise par cœur et nécessite un traitement des quantités.

Les multiples circuits de la multiplication

Nous avons d'ailleurs observé la dissociation inverse de celle de M. chez B., institutrice à la retraite atteinte d'une lésion sous-corticale de l'hémisphère gauche. Cette dame ne parvenait plus à réciter les tables de multiplication, ni d'ailleurs l'alphabet, ni *Au clair de la lune*, mais elle pouvait toujours soustraire, comparer, ou bissecter deux nombres! Cette double dissociation montre que la région pariétale inférieure n'a pas un rôle générique dans l'arithmétique *(voir l'encadré ci-contre)* : elle ne renferme pas la fameuse «bosse des maths» ni le «sens des rapports des nombres» chers à Gall et aux phrénologistes. Tout au plus, cette région contient-elle, dans les deux hémisphères, un codage des nombres sous forme de quantité, tandis que d'autres circuits neuraux spécialisés contribuent au codage de la table de multiplication, des dates, des heures, et même de l'algèbre.

L'existence de tels circuits et le rôle particulier de la région pariétale inférieure dans la manipulation des quantités sont confirmés par des observations directes du cerveau pendant qu'il calcule. Lorsqu'un circuit céré-

La double dissociation

La neuropsychologie, étude scientifique des patients atteints d'une lésion cérébrale, se fonde sur la méthode de la dissociation. En soumettant des patients à plusieurs types d'épreuves, on constate que ceux-ci parviennent à effectuer la tâche *A*, mais pas la tâche *B*. Par exemple, deux patients que j'ai étudiés avec Laurent Cohen, à l'Hôpital de la Salpêtrière, ne parviennent plus à lire à haute voix des paires de nombres (10 pour cent de réussite), mais peuvent indiquer lequel des deux nombres est le plus grand (100 pour cent de réussite). Les performances en lecture (tâche *A*) et en comparaison de nombres (tâche *B*) sont dissociées. Il est alors tentant de conclure que la lésion a perturbé sélectivement les circuits cérébraux de la lecture, mais non ceux de la comparaison des nombres, et donc que ces tâches sont réalisées par des régions cérébrales partiellement distinctes.

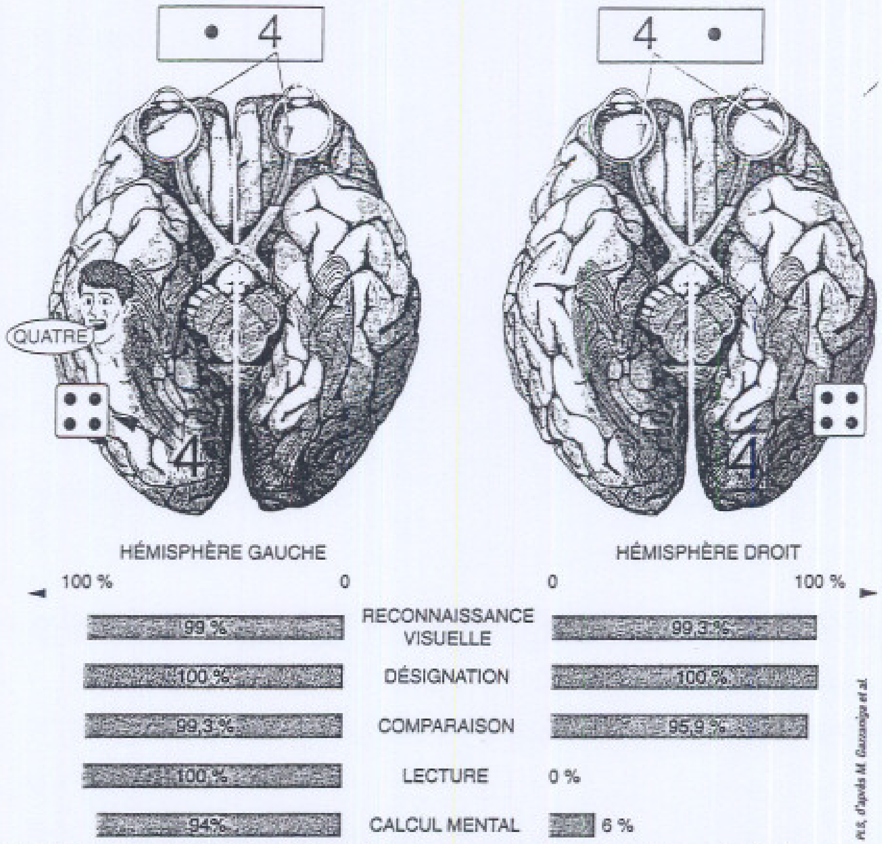
D'autres explications sont toutefois possibles : ainsi, les tâches *A* et *B* pourraient utiliser des circuits identiques, mais, la tâche *A* étant intrinsèquement plus difficile que la tâche *B*, n'importe quelle diminution non spécifique des facultés intellectuelles diminuerait les performances de *A* par rapport à *B*. Par exemple, la moindre erreur de perception des chiffres perturbe la lecture, mais pas nécessairement la comparaison : un patient qui lirait la paire de nombres «31, 99» comme «quarante et un, quatre-vingt-dix-huit» les placerait néanmoins dans le bon ordre. De plus, les pourcentages d'erreurs des tâches *A* et *B* ne sont pas toujours directement comparables : un patient qui obtiendrait 50 pour cent de réussite en comparaison de nombres ne ferait pas mieux que s'il répondait au hasard, alors que 50 pour cent de réussite en lecture demeurerait un score honorable, puisque, pour des nombres de deux chiffres, la probabilité de répondre correctement n'est que de un pour cent.

Pour toutes ces raisons, les neuropsychologues recherchent l'observation d'une double dissociation : au moins deux patients tels que, dans la tâche *A*, le patient 2 réussit mieux que le patient 1, et dans la tâche *B*, le patient 1 réussit mieux que le patient 2. Aucune des deux tâches ne peut alors être jugée intrinsèquement plus difficile que l'autre. Selon le site de la lésion cérébrale, l'une ou l'autre capacité pâtit : on peut alors affirmer qu'elles reposent sur des circuits cérébraux différents.

bral entre en activité, il s'ensuit, quelques secondes plus tard, une augmentation locale du débit sanguin et du taux d'oxygénation du sang dans les vaisseaux qui irriguent les régions cérébrales actives. Cette augmentation, confinée à l'intérieur de la boîte crânienne, peut être observée de l'extérieur par l'injection d'un traceur radioactif qui s'accumule préférentiellement dans les régions actives et dont la distribution spatiale est reconstruite à partir de la distribution des rayonnements émis, mesurée par une caméra à positons.

Dès 1985, P. Roland et L. Friberg, à l'Université de Copenhague, ont ainsi observé l'activité corticale lors de soustractions répétées de 3 en 3 (50 – 3 = 47, 47 – 3 = 44, 44 – 3 = 41, etc.) : une intense activité bilatérale de la région pariétale inférieure, accompagnée d'une activité des lobes frontaux sans doute liée à la mémorisation des résultats intermédiaires. Ces résultats ont récemment été reproduits en imagerie fonctionnelle par résonance magnétique, technique plus précise où l'on mesure directement l'état d'oxygénation des molécules d'hémoglobine du sang. Même pendant des soustractions simples, telle 11 – 4, nous observons une activation intense qui s'étend sur plusieurs centimètres le long du sillon intrapariétal, depuis le fond du sillon postcentral jusqu'à la région pariéto-occipitale. Plusieurs aires cérébrales sont donc vraisemblablement actives.

Nous mesurons aujourd'hui systématiquement l'activité cérébrale au cours de diverses tâches arithmétiques (lecture, comparaison, addition, soustraction, multiplication...). Selon nos premiers résultats, le cortex pariétal droit s'active durant la comparaison de nombres, alors que la multiplication donne lieu à une activité réduite et quasi exclusivement localisée dans l'hémisphère gauche, et la soustraction à des activations bilatérales. Un travail précédent a montré qu'une autre région, le noyau lenticulaire gauche, s'active plus lors de multiplications que lors de comparaisons des mêmes nombres. Or cette région sous-corticale était précisément celle dont la lésion avait causé chez B. une perte de la mémoire des multiplications! Ainsi, la convergence des résultats obtenus avec des patients et des sujets normaux précise-t-elle les circuits associés à chaque opération.



4. LES DEUX HÉMISPHÈRES CÉRÉBRAUX ont des capacités arithmétiques différentes. Ils identifient visuellement les chiffres et savent quelles quantités ils représentent, mais seul l'hémisphère gauche accède à la prononciation et à la mémoire des tables arithmétiques. Les graphes indiquent les scores obtenus pour différentes tâches par un patient dont le corps calleux, reliant normalement les deux hémisphères, est rompu : un chiffre présenté dans la moitié droite ou gauche du champ visuel n'est traité que par l'hémisphère opposé. Le patient peut dans tous les cas dire si deux chiffres sont identiques, désigner du doigt les chiffres correspondant dans un tableau, ou les comparer avec 5 ; il ne peut toutefois les lire à haute voix ou les utiliser dans des calculs mentaux que lorsqu'ils atteignent son hémisphère gauche.

La région pariétale est-elle subdivisée en plusieurs sous-régions, spécialisées pour des nombres de tailles différentes? Lisa Cipolotti, Brian Butterworth et Gianfranco Denes ont observé une patiente incapable de comprendre les chiffres supérieurs à 4, le sens des nombres 1, 2, 3 et 4 étant préservé. Il n'est pas impossible que les petits et les grands nombres soient représentés dans des régions cérébrales partiellement différentes.

Les étapes du calcul

La cartographie des zones cérébrales et de leurs fonctions, aussi précise soit-elle, ne suffit toutefois pas à comprendre les mécanismes cérébraux de traitement des nombres. Nous devons aussi connaître le déroulement temporel de ces phénomènes. Dans quel ordre et à quelle vitesse les différentes régions deviennent-elles actives?

La résolution temporelle des images de caméra à positons ou de résonance magnétique est limitée par le temps d'établissement de la circulation sanguine dans les régions actives, qui est de plusieurs secondes. En revanche, la décharge simultanée des dizaines de milliers de neurones d'une région cérébrale en activité produit un minuscule courant électrique, que l'on détecte à la milliseconde près par électroencéphalographie, en apposant des électrodes sur le scalp. La contrepartie de cette excellente résolution temporelle est une perte de résolution spatiale : les signaux électromagnétiques mesurés à la surface du scalp sont parfois ambigus quant à la position des régions activées.

J'ai ainsi reconstitué la séquence temporelle des activations cérébrales lorsque nous comparons deux nombres *(voir la figure 5)*. Je mesurais l'activité électrique du cerveau à l'aide de 64 électrodes réparties à la surface du scalp d'une personne, tandis qu'elle comparait avec 5 des chiffres arabes (1, 4, 6 ou 9) et des noms de nombres (UN, QUATRE, SIX ou NEUF).

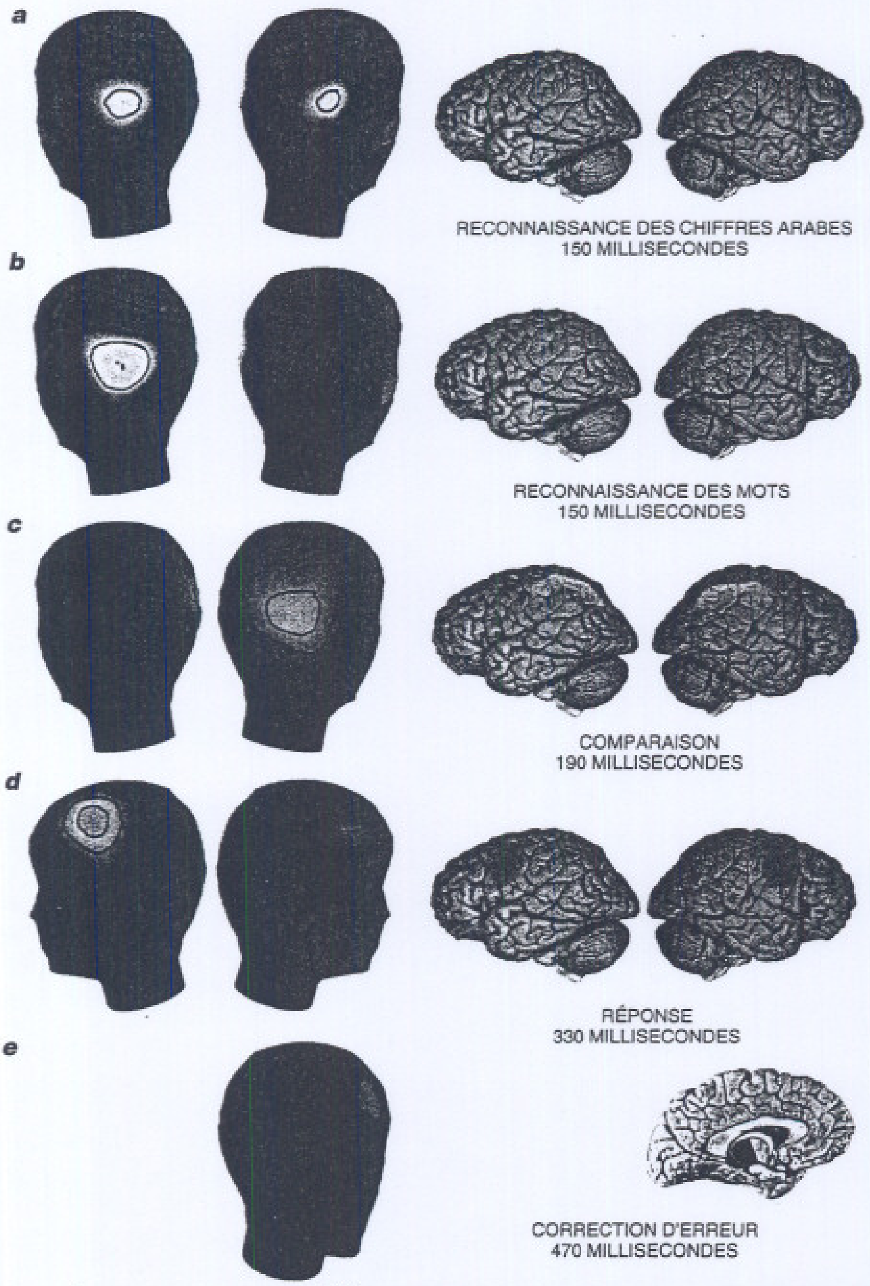
Vers 100 millisecondes après l'apparition du nombre sur l'écran, un potentiel électrique positif sur les électrodes postérieures indique l'entrée en activité de l'aire visuelle primaire. Puis, vers 150 millisecondes une différence de topographie apparaît selon qu'un chiffre arabe ou un nom de nombre est présenté : ils sont identifiés par des réseaux anatomiques différents. Les chiffres sont reconnus par les régions occipito-temporales ventrales des deux hémisphères, alors que seule la région gauche intervient pour les mots. À ce stade, cependant, aucun effet de distance n'est notable : seule l'identité des symboles a été reconnue, mais pas leur sens.

Vers 190 millisecondes, l'effet de distance apparaît. Les sujets sont systématiquement plus lents pour les chiffres 4 et 6 que pour les chiffres 1 et 9. En outre, le potentiel mesuré sur les électrodes situées en regard du cortex pariétal inférieur varie en fonction de la différence du chiffre avec 5. Enfin, la topographie de cet effet est similaire pour les nombres présentés en chiffres arabes et en toutes lettres, ce qui confirme que la région pariétale inférieure ne code pas les nombres sous forme de symboles dans une numération particulière, mais dans un code quantitatif abstrait et indépendant de la notation d'entrée.

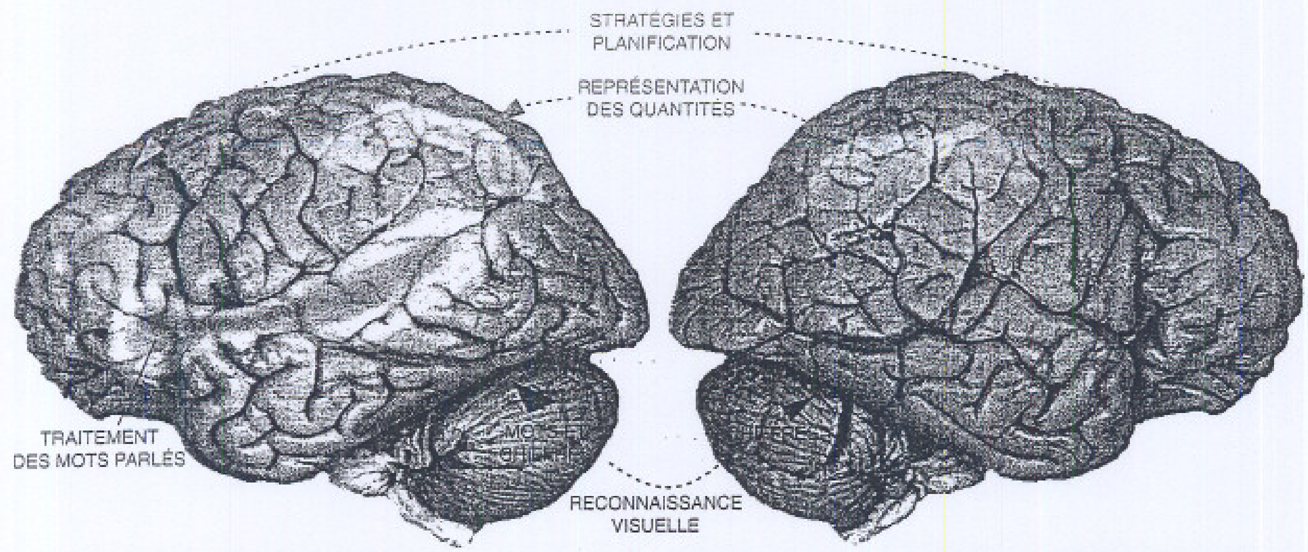
On suit aussi les étapes ultérieures du traitement de l'information. Dès 250 millisecondes, la première différence significative apparaît entre les réponses «plus grand» et «plus petit» : le sujet les donne en appuyant respectivement avec la main droite et avec la main gauche. Dès ce moment, un quart de seconde seulement après l'affichage du nombre, le système moteur commence à être informé de la réponse correcte. L'activation motrice ne culmine toutefois que vers 330 millisecondes, et la réponse elle-même ne survient que vers 400 millisecondes en moyenne. Ensuite, vers 470 millisecondes, on observe l'activation d'une nouvelle aire cérébrale, la région cingulaire antérieure, qui joue un rôle dans le contrôle des autres circuits cérébraux. Dès que le sujet fait une erreur, cette région s'active pour la détecter et tenter de la corriger. On voit alors une reprise de l'activité électrique concomitante de la réponse initiale.

Cette suite d'événements, identification du chiffre, compréhension par la région pariétale inférieure, puis réponse motrice, correspond à ce que nous pouvions déduire de la cartographie des régions cérébrales. L'électroencéphalographie précise toutefois la durée des différentes étapes.

Des expériences semblables révèlent en outre que, si l'on présente deux fois de suite le même chiffre dans la tâche de comparaison, l'étape d'identification est directement suivie de la réponse motrice, sans effet de distance et pour ainsi dire sans activation de la région pariétale inférieure : les sujets détectent la répétition, se remémorent la réponse précédente et la répè-



5. LA SÉQUENCE D'ACTIVATION CÉRÉBRALE, au cours de la comparaison de chiffres avec 5, se déroule selon au moins quatre étapes. Les variations du potentiel électrique à la surface du cerveau *(à gauche)* reflètent l'activité des régions cérébrales sous-jacentes et indiquent quand les différentes régions cérébrales *(à droite)* entrent en activité. En 150 millisecondes, le chiffre ou le mot est reconnu *(a et b)* ; vers 190 millisecondes, la comparaison est faite, activant la région pariétale inférieure *(c)*. Après 330 millisecondes, la personne entame un mouvement du doigt pour donner la réponse en appuyant sur un bouton *(d)*. Enfin, vers 470 millisecondes, la région cingulaire antérieure s'active *(e)*, afin de corriger une éventuelle erreur.



6. PLUSIEURS RÉGIONS CÉRÉBRALES **seraient utilisées pour le traitement des nombres. Selon le modèle envisagé, la reconnaissance visuelle active la région occipito-temporale ventrale *(en bleu)*, dans l'hémisphère gauche pour les mots écrits et des deux côtés pour les chiffres arabes. La reconnaissance et la production des mots parlés activent la région périsylvienne de l'hémisphère gauche *(en vert)*. Les quantités numériques sont représentées dans la région pariétale inférieure des deux hémisphères *(en jaune)*, notamment dans la profondeur du sillon intrapariétal. Enfin, le cortex préfrontal *(en rouge)* intervient pour mémoriser les résultats intermédiaires et contrôler les stratégies mises en jeu dans les régions postérieures. Au cours d'un calcul, toutes ces régions échangent des informations.**

tent. Plus intéressant encore, lorsque nous multiplions deux chiffres, si la multiplication est simple, telle 2×3, l'activation pariétale est fortement latéralisée à gauche et de courte durée. Si, au contraire, la multiplication est moins familière, telle 8×7, alors elle semble démarrer dans l'hémisphère gauche avant de s'étendre à la région pariétale droite pendant plusieurs centaines de millisecondes. La taille des nombres manipulés et la nature des opérations effectuées conditionneraient donc les chemins du calcul dans notre cerveau.

L'existence de régions cérébrales spécialisées dans le traitement des nombres pose la question de leur origine. La région pariétale inférieure est-elle déjà en partie opérationnelle chez le très jeune enfant et lui confère-t-elle déjà un sens approximatif des quantités? Des organismes aussi divers que le rat, le pigeon, le dauphin, le chimpanzé et le bébé humain de quelques jours, bien que dépourvus de langage, se représentent mentalement le cardinal d'un ensemble d'objets visuels ou sonores, et même effectuent certaines déductions arithmétiques élémentaires. Un bébé de quatre mois et demi s'attend à ce qu'un ensemble de deux objets auquel on en retranche un n'en contienne plus qu'un seul : il effectue mentalement un analogue, avec des objets concrets, de l'opération arithmétique abstraite $2 - 1 = 1$. Des circuits cérébraux préspécifiés pour la représentation des quantités existeraient donc dès la naissance, indépendamment de toute éducation mathématique. L'apprentissage de la récitation des noms de nombres («un, deux, trois...») et de la forme visuelle des chiffres arabes («1, 2, 3...») permettrait alors ultérieurement d'associer des systèmes de numération symbolique à ce «sens des quantités», l'enfant apprenant à mettre en rapport le mot «quatre», le chiffre «4» et la quantité «: :».

Quelle que soit la validité de ce schéma, un principe général d'organisation cérébrale émerge : la modularité des réseaux. Sans que nous en soyons conscients, des dizaines d'aires cérébrales spécialisées, réparties dans les deux hémisphères, s'activent lorsque nous pratiquons le calcul mental. L'information passe sans effort des représentations visuelles, spécialisées dans l'identité des chiffres, aux aires du langage, où les nombres sont codés sous forme de chaînes de mots, et aux aires du «sens quantitatif» où leurs quantités et leurs relations de proximité sont retrouvées. Nous commençons à saisir les principaux nœuds de ce réseau, mais deux questions demeurent en suspens. Quels mécanismes assurent la cohérence des informations numériques réparties et nous donnent l'impression subjective d'effectuer un calcul unique? Comment ces mécanismes de calcul élémentaires cèdent-ils la place, au fil de l'éducation mathématique, à des représentations cérébrales d'objets mathématiques beaucoup plus élaborés et jusqu'à l'extraordinaire fluidité calculatoire et à la créativité mathématique d'un Einstein, d'un Poincaré ou d'un Ramanujan? Peut-être Hadamard, s'il prenait connaissance de ces interrogations, serait-il frustré de constater que ses questions les plus fondamentales demeurent sans réponse. Il éprouverait sans doute aussi quelque satisfaction à constater que ses méthodes introspectives sont désormais remplacées par de solides techniques expérimentales issues de la neurobiologie et de la psychologie cognitive.

Stanislas DEHAENE est chargé de recherches à l'unité INSERM 334, dans le service hospitalier Frédéric-Joliot du CEA à Orsay.

J. HADAMARD, *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*, éditions Gauthier-Villars, Paris, 1975.

S. DEHAENE et L. COHEN, *Towards an Anatomical and Functional Model of Number Processing*, in *Mathematical Cognition*, n° 1, pp. 83-120, 1995.

M. GAZZANIGA, *Le cerveau social*, éditions Odile Jacob, Paris, 1996.

Le cerveau en action : l'imagerie cérébrale en psychologie cognitive, sous la direction de S. DEHAENE, Presses universitaires de France, Paris, 1997.

S. DEHAENE, *La bosse des maths*, éditions Odile Jacob, Paris, 1997.